

## Задание 2. Кручение прямого бруса круглого сечения

Ступенчатый стальной стержень, жестко заземленный с одного конца, нагружен крутящими моментами.

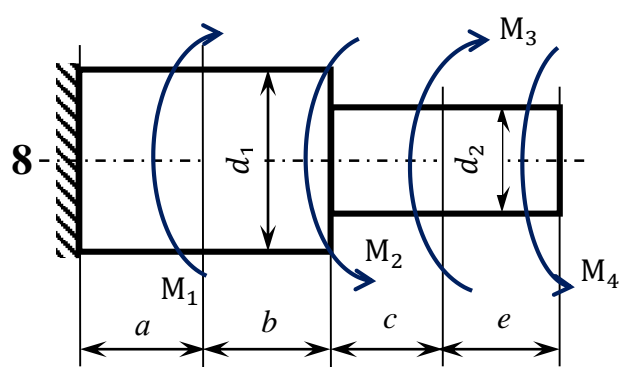
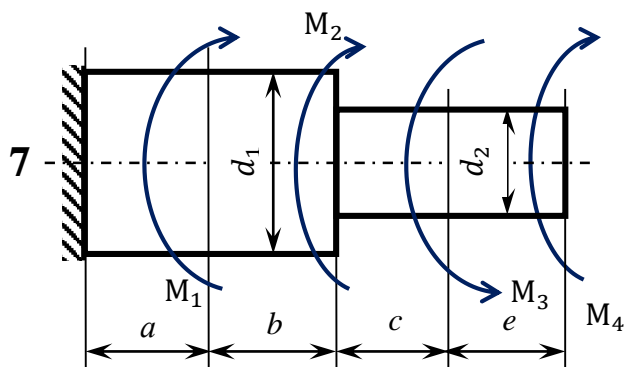
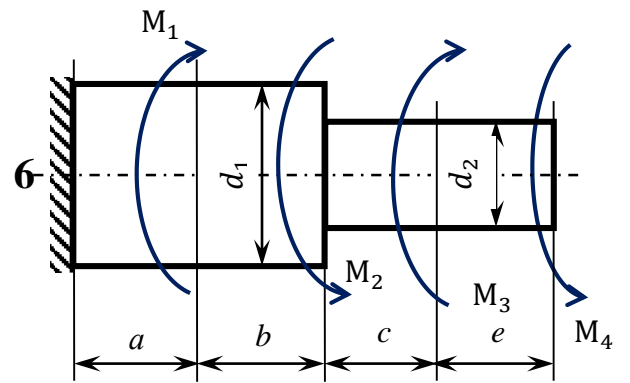
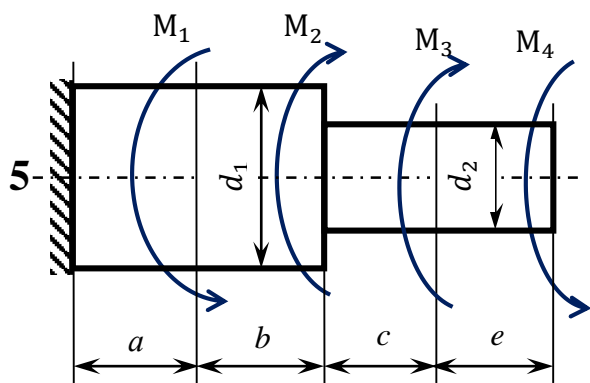
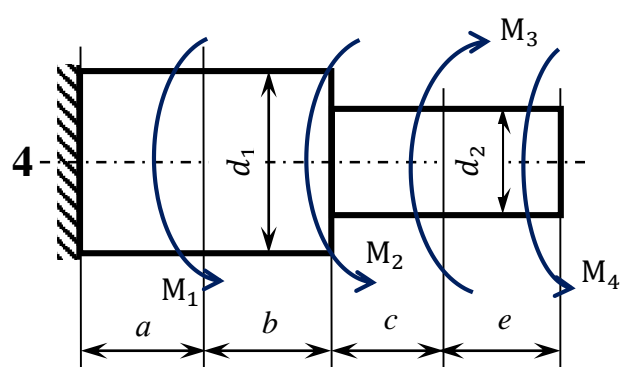
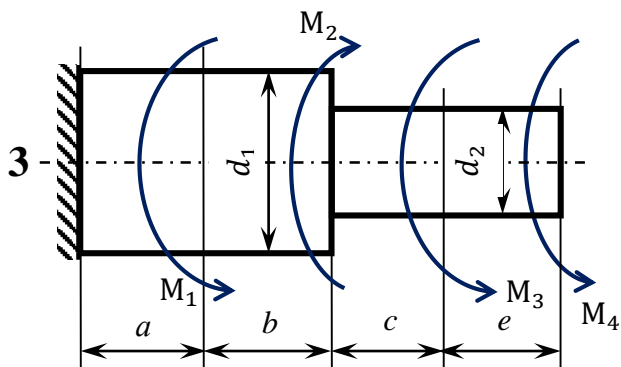
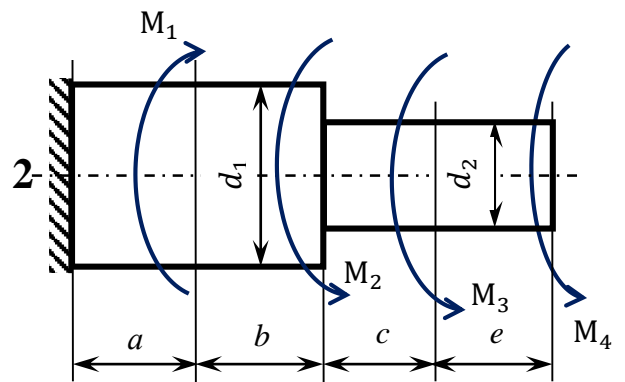
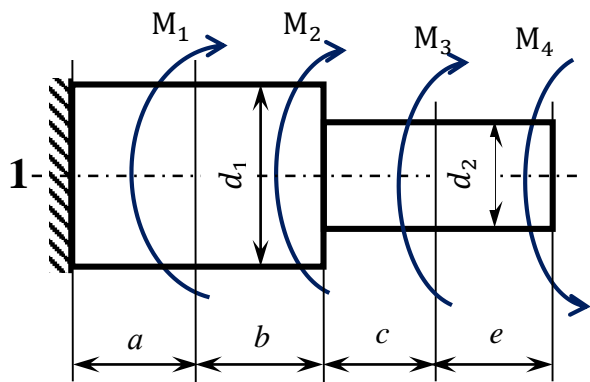
Необходимо:

- 1) построить эпюру крутящих моментов по длине стержня;
- 2) при заданном значении допускаемого напряжения на кручение определить диаметры  $d_1$  и  $d_2$  из расчета на прочность;
- 3) построить эпюру углов поворота сечений.

Модуль сдвига (модуль упругости второго рода) принять  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа

Исходные данные приведены в таблице 1 и на рисунке 1.

№ Варианта	№ Схемы	Расстояния, м				Моменты, кН*м				[ $\tau_k$ ], МПа
		$a$	$b$	$c$	$e$	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	
1	1	1,2	1,3	1,5	2,1	6	2,1	2	0,1	30
2	2	1,3	1,4	1,6	2,2	5,9	2,2	1,9	0,2	30
3	3	1,4	1,5	1,7	2,3	5,8	2,3	1,8	0,3	35
4	4	1,5	1,6	1	2,4	5,7	2,4	1,7	0,4	35
5	5	1,2	1,3	1,5	2,1	6	2,1	2	0,1	30
6	6	1,3	1,4	1,6	2,2	5,9	2,2	1,9	0,2	30
7	7	1,4	1,5	1,7	2,3	5,8	2,3	1,8	0,3	35
8	8	1,5	1,6	1	2,4	5,7	2,4	1,7	0,4	35
9	9	1,5	2,1	1,2	1,3	2	0,1	6	2,1	30
10	10	1,6	2,2	1,3	1,4	1,9	0,2	5,9	2,2	30
11	11	1,7	2,3	1,4	1,5	1,8	0,3	5,8	2,3	35
12	12	1	2,4	1,5	1,6	1,7	0,4	5,7	2,4	35
13	13	1,5	2,1	1,2	1,3	2	0,1	6	2,1	30
14	14	1,6	2,2	1,3	1,4	1,9	0,2	5,9	2,2	30
15	15	1,7	2,3	1,4	1,5	1,8	0,3	5,8	2,3	35
16	16	1	2,4	1,5	1,6	1,7	0,4	5,7	2,4	35
17	1	1,5	2,1	1,2	1,3	2	0,1	6	2,1	30
18	2	1,6	2,2	1,3	1,4	1,9	0,2	5,9	2,2	30
19	3	1,7	2,3	1,4	1,5	1,8	0,3	5,8	2,3	35
20	4	1	2,4	1,5	1,6	1,7	0,4	5,7	2,4	35
21	5	1,5	1,6	1	2,4	5,7	2,4	1,7	0,4	30
22	6	1,2	1,3	1,5	2,1	6	2,1	2	0,1	30
23	7	1,3	1,4	1,6	2,2	5,9	2,2	1,9	0,2	35
24	8	1,4	1,5	1,7	2,3	5,8	2,3	1,8	0,3	35
25	9	1,5	1,6	1	2,4	5,7	2,4	1,7	0,4	30



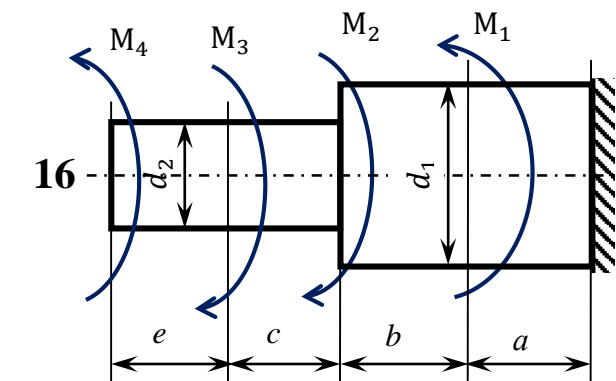
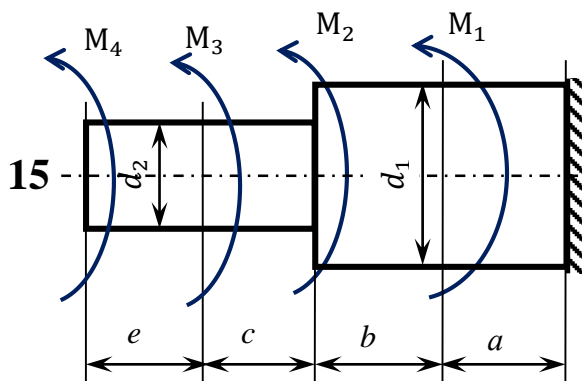
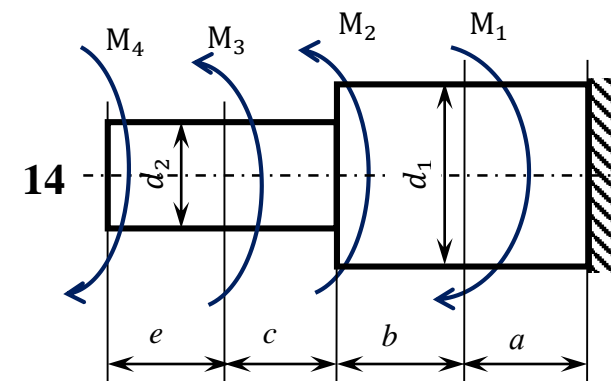
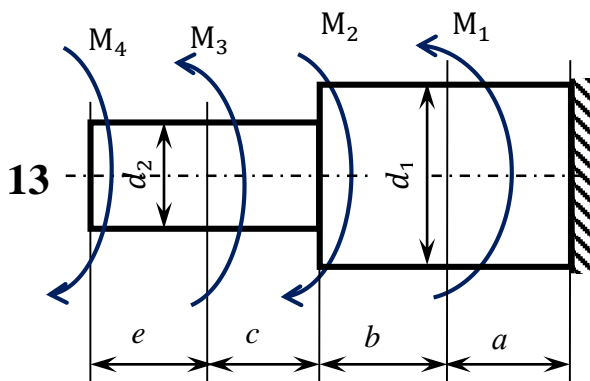
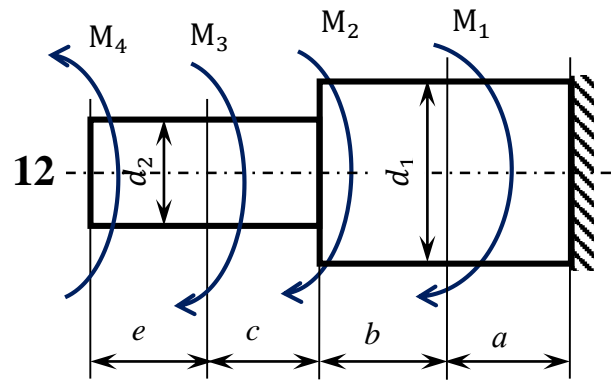
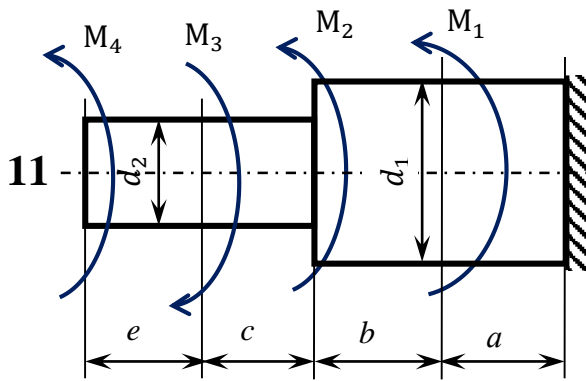
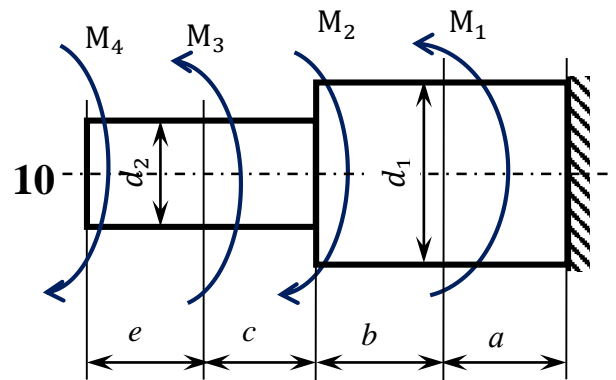
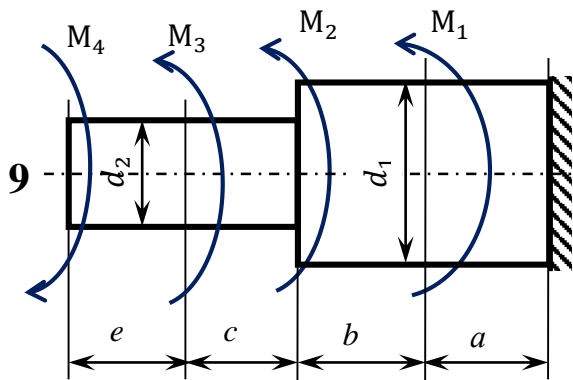


Рисунок 1  
**Пример выполнения задания**

Исходные данные

Таблица 2

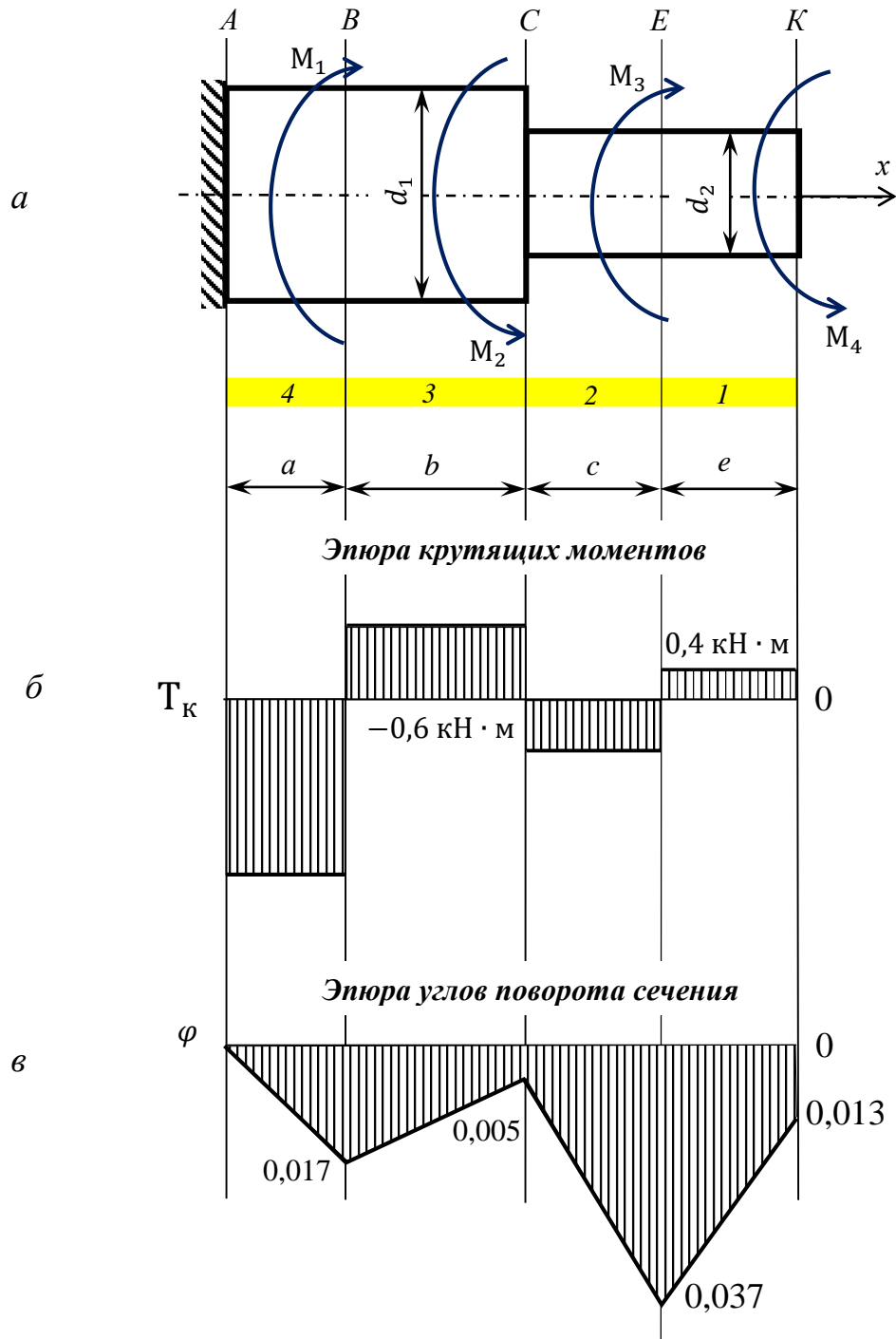


Рисунок 2

## Решение

### 1. Построение эпюры крутящих моментов.

Разбиваем брус на четыре участка, внутри которых, действие крутящих

Расстояния, м				Моменты, кН*м				[ $\tau_k$ ], МПа	G, МПа
a	b	c	e	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>4</sub>		
1	1,5	1,1	1,2	3,6	1,7	1	0,4	50	$8 \cdot 10^4$

моментов, приложенных к брусу, постоянно (рисунок 2а).

Для 1-го участка:

$$\sum M_x = 0; \quad T_{k1} - M_4 = 0;$$
$$T_{k1} = M_4 = 0,4 \text{ (кН} \cdot \text{м)}$$

Для 2-го участка:

$$\sum M_x = 0; \quad T_{k2} - M_4 + M_3 = 0;$$
$$T_{k2} = M_4 - M_3 = 0,4 - 1 = -0,6 \text{ (кН} \cdot \text{м)}$$

Для 3-го участка:

$$\sum M_x = 0; \quad T_{k3} - M_4 + M_3 - M_2 = 0;$$
$$T_{k3} = M_4 - M_3 + M_2 = 0,4 - 1 + 1,7 = 1,1 \text{ (кН} \cdot \text{м)}$$

Для 4-го участка:

$$\sum M_x = 0; \quad T_{k4} - M_4 + M_3 - M_2 + M_1 = 0;$$
$$T_{k4} = M_4 - M_3 + M_2 - M_1 = 0,4 - 1 + 1,7 - 3,6 = -2,5 \text{ (кН} \cdot \text{м)}$$

По полученным данным строим эпюру крутящих моментов – рисунок 2 б.

### 2. Определение диаметров $d_1$ и $d_2$ .

Размеры поперечных сечений определим из формулы

$$\tau_{max} = \frac{T_k \max}{W_\rho} = [\tau]$$

Полярный момент сопротивления для бруса круглого сечения

$$W_\rho = \frac{\pi d^3}{16} \cong 0,2d^3$$

$$\text{Тогда } d = \sqrt[3]{\frac{T_k \max}{0,2[\tau]}}$$

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{2,5 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 50}} = 62,99 \text{ (мм)}$$

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{0,6 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 50}} = 39,15 \text{ (мм)}$$

Принимаем  $d_1 = 65 \text{ (мм)}$  и  $d_2 = 40 \text{ (мм)}$ .

### 3. Построение эпюры углов поворота сечений.

Угол поворота сечения бруса с постоянным крутящим моментом определим, используя закон Гука при кручении

$$\varphi = \frac{T \cdot \ell}{G \cdot I_\rho} = [\tau]$$

Полярный момент инерции для бруса круглого сечения

$$I_\rho = \frac{\pi d^4}{32} \cong 0,1 d^4$$

Для 1-го сечения

$$I_{\rho 1} \cong 0,1 d_1^4 = 0,1 \cdot 6,5^4 = 178,5 \text{ см}^4$$

Для 2-го сечения

$$I_{\rho 2} \cong 0,1 d_2^4 = 0,1 \cdot 4^4 = 25,6 \text{ см}^4$$

Определение углов поворота ведем с защемленного конца, так как в заделке угол поворота  $\varphi_A = 0$

$$\varphi_B = \frac{T_{к4} \cdot a}{G \cdot I_{\rho 1}} = \frac{-2,5 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 178,5 \cdot 10^4} = -0,017 \text{ (рад)}$$

$$\varphi_C = \varphi_B + \frac{T_{к3} \cdot b}{G \cdot I_{\rho 1}} = -0,017 + \frac{1,1 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 178,5 \cdot 10^4} = -0,005 \text{ (рад)}$$

$$\varphi_E = \varphi_C + \frac{T_{к2} \cdot c}{G \cdot I_{\rho 2}} = -0,005 + \frac{-0,6 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 1,1 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 25,6 \cdot 10^4} = -0,037 \text{ (рад)}$$

$$\varphi_K = \varphi_E + \frac{T_{к1} \cdot e}{G \cdot I_{\rho 2}} = -0,037 + \frac{0,4 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 1,2 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 25,6 \cdot 10^4} = -0,013 \text{ (рад)}$$

По полученным значениям  $\varphi$  строим эпюру углов поворота сечений бруса,  $\varphi$  изменяется по линейному закону на каждом участке бруса – рисунок 2в.